Corrigé des exercices

5. Résoudre des problèmes concrets

Exercice 13 :

Une piscine municipale propose à ses clients une inscription annuelle de 25 € et 4,5 € par entrée.

a) Paul l'an dernier, est allé 7 fois à la piscine. Quelle a été sa dépense annuelle ?

$7 \times 4{,}5 + 25 = 31{,}5 + 25 = 56{,}5$

Sa dépense annuelle a été de 56,5 euros l'an dernier.

b) Léa, elle, est allée 23 fois à la piscine. Quelle a été sa dépense ?

$23 \times 4{,}5 + 25 = 103{,}5 + 25 = 128{,}5$

La dépense de Léa a été de 128,5 euros l'an dernier.

c) Compléter le tableau suivant.

Nombre d'entrées par an : x	0	1	5	10	12	25	30
Dépense annuelle en euros : y	25	29,5	47,5	70	79	137,5	160

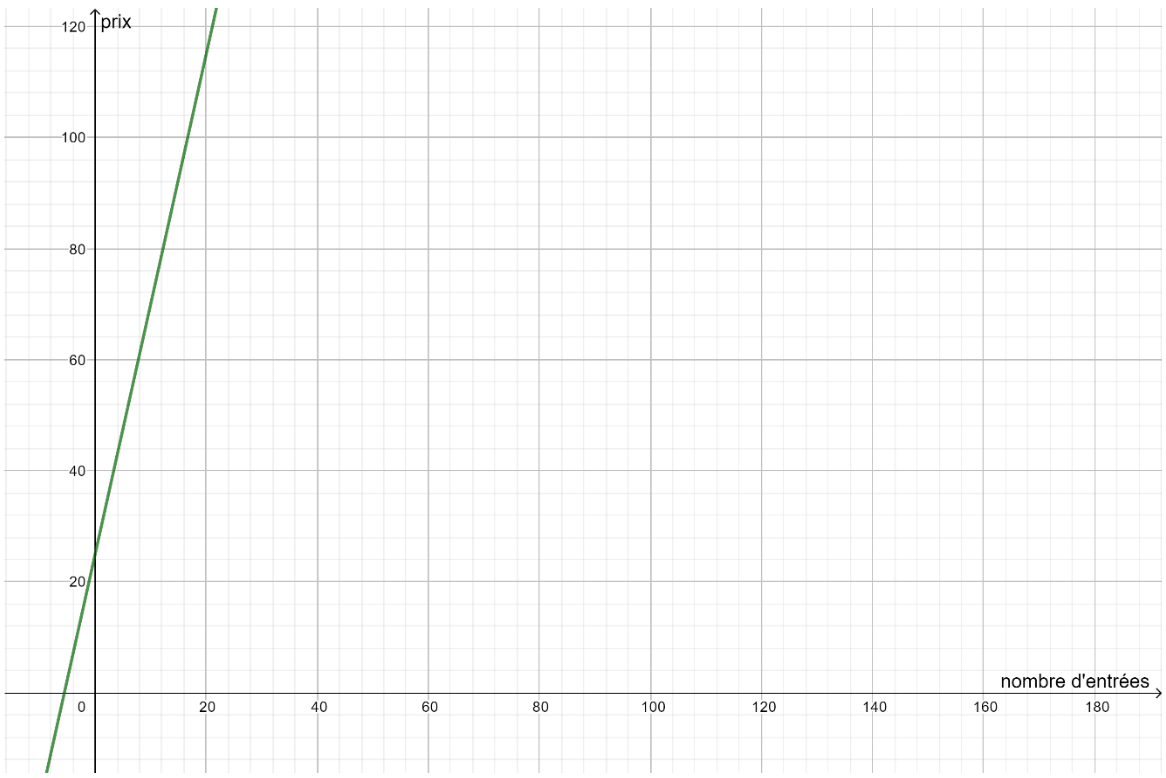
d) Ecrire y en fonction de x. Cette égalité détermine-t-elle une fonction affine ?

$$y = 4{,}5x + 25$$

Cette égalité est de la forme $ax + b$, c'est donc bien une fonction affine.

e) Représenter graphiquement cette fonction.

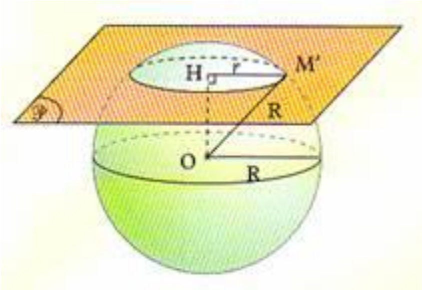
En utilisant les données du tableau de valeurs, on obtient la courbe ci-dessous.



III- Sections de solides par un plan

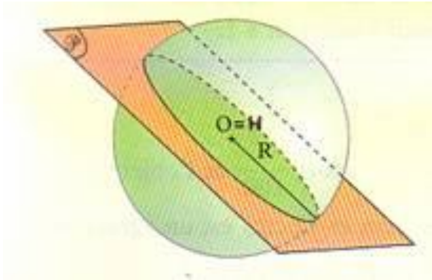
Il s'agit de « couper » un solide d'une certaine manière et d'analyser ce que l'on observe.
La **section d'un solide** peut être vu comme la trace laissée lorsqu'on coupe ce solide avec un objet tranchant.

1) Sphère et boule

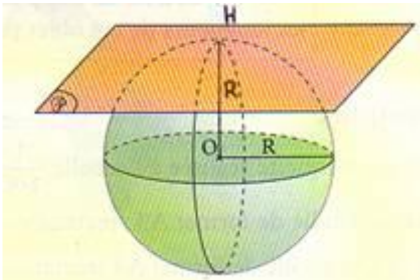


La section d'une sphère par un plan est un cercle.

Remarque : la section d'une boule par un plan est un disque.



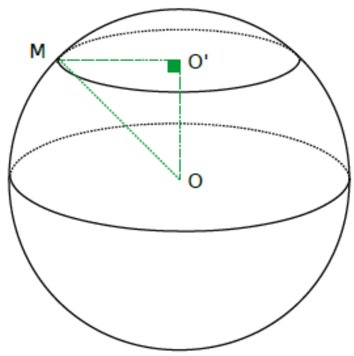
Cas particuliers : **a)** Si OH = 0, alors r = R.
Le plan passe par le centre de la sphère.
La section est un GRAND CERCLE (même centre et même rayon que la sphère).



b) Si OH = R, alors r = 0.
Le plan et la sphère ont un seul point commun.
On dit que le plan est TANGENT à la sphère.

Tu peux regarder la vidéo suivante pour mieux comprendre :
Vidéo https://youtu.be/NY75MafJJ3Y

Exercice 1

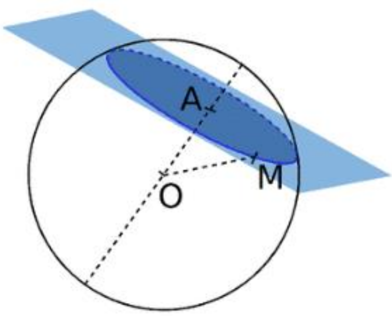


On considère la sphère de centre O et de rayon 6 cm.
On la coupe horizontalement en passant par O' suivant le schéma ci-contre. M est un point situé sur le trait de coupe. Comme O'M est horizontal et OO' vertical, on admet que le triangle OMO' est rectangle en O'.
On donne OO' = 5 cm.

Aucun calcul n'est nécessaire pour les deux constructions suivantes.

a. Trace en vraie grandeur le triangle OO'M.
b. Trace en vraie grandeur la section de la sphère.

Exercice 2

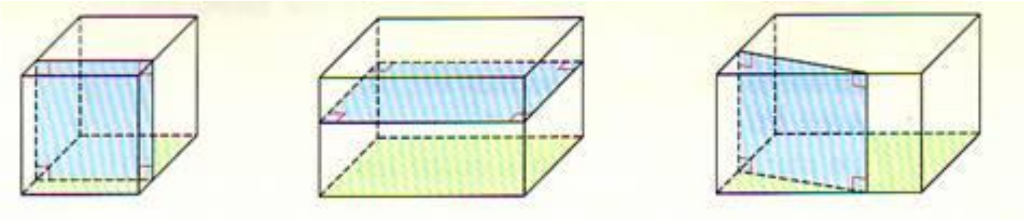


Une boule de centre O, de rayon 8 cm, est coupée par un plan qui passe par le point A.
M est un point de cette section.
OA = 3 cm.

a. Quelle est la nature de la section ?
b. Trace cette section en vraie grandeur.
c. Calcule l'aire exacte de la surface de cette section puis arrondi au cm^2 près.

2) Parallélépipède rectangle (ou pavé droit)

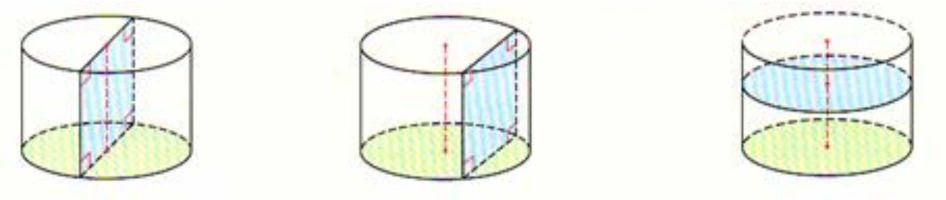
Plan parallèle à une face — Plan parallèle à une arête



La section est un rectangle.

3) Cylindre

Plan parallèle à l'axe — Plan perpendiculaire à l'axe

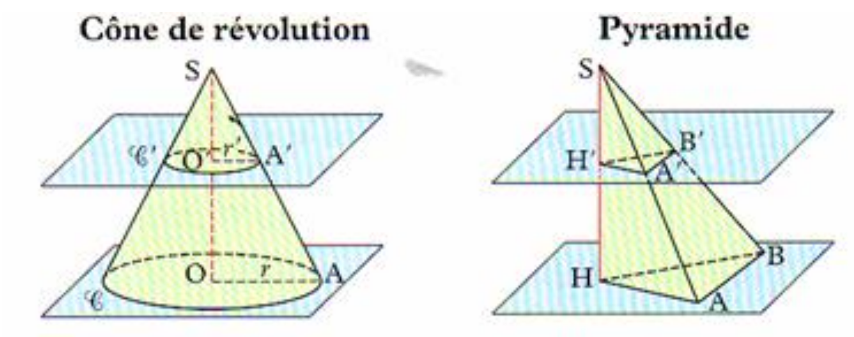


La section est un rectangle.

La section est un cercle. (ou un disque)

4) Cône et pyramide

Plan parallèle à la base



La section est un cercle. (ou un disque)

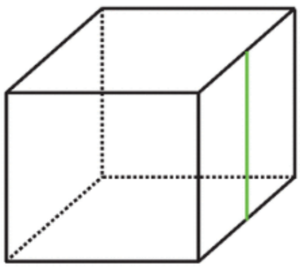
La section est un polygone qui est une réduction de la base.

Tu peux regarder la vidéo suivante pour mieux comprendre :

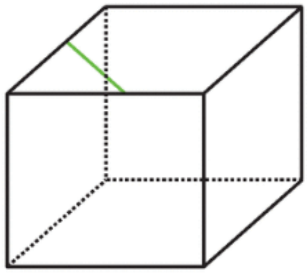
Vidéo https://youtu.be/hNj4ySy-NaU

Exercice 3

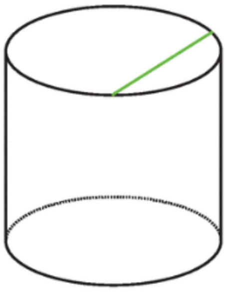
Sur les figures suivantes, les solides ont été coupés de part en part verticalement.
Complète (au crayon de bois) les traits de coupe sur toutes les faces et indique la nature des sections obtenues.



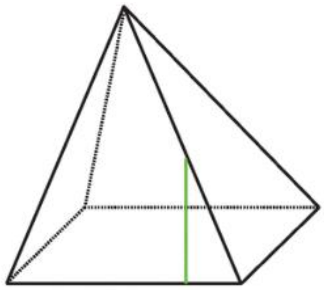
Nature de la section : ……………………………………



Nature de la section : ……………………………………



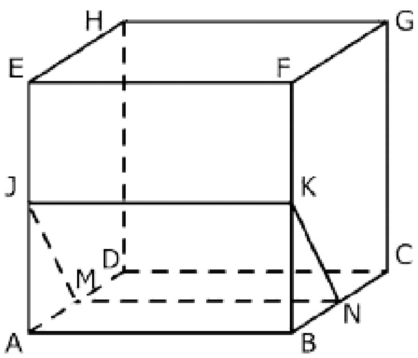
Nature de la section : ……………………………………



Nature de la section : ……………………………………

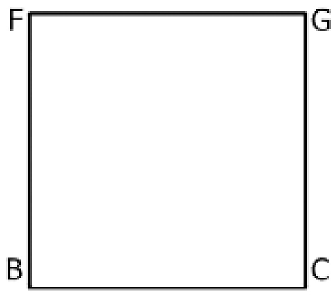
Exercice 4

ABCDEFGH est un cube. Les points J, K, M et N sont les milieux respectifs des segments [AE], [FB], [AD] et [BC].
JKNM est une section du cube par un plan parallèle à l'arête [AB].



a. Donne, sans justifier, la nature de la section JKNM.

b. La face FGCB a été dessinée en vraie grandeur ci-dessous. Place les points K et N sur cette face.



c. Dessine la section JKNM en vraie grandeur.

d. Quelle est la nature du solide AJMBKN ?

Exercice 5

La dernière bouteille de parfum de chez Chenal a la forme d'une pyramide SABC à base triangulaire de hauteur [AS] telle que :

- ABC est un triangle rectangle et isocèle en A ;
- AB = 7,5 cm et AS = 15 cm.

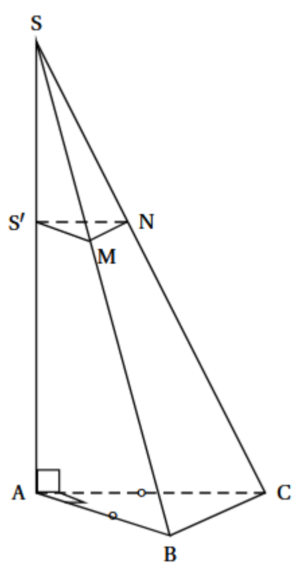
1. Calculer le volume de la pyramide SABC (On arrondira au cm^3 près).

2. Pour fabriquer son bouchon SS'MN, les concepteurs ont coupé cette pyramide par un plan P parallèle à sa base et passant par le point S' tel que SS' = 6 cm.

a. Quelle est la nature de la section plane S'MN obtenue ?

b. Calculer la longueur S'N.

3. Calculer le volume maximal de parfum que peut contenir cette bouteille en cm^3.



Fiche n° 1 – Une identité remarquable
CORRECTION et BILAN

1. Développe et réduis les expressions suivantes.

$A = (5+y)(5-y)$
$A = 5 \times 5 + 5 \times (-y) + y \times 5 + y \times (-y)$
$A = 25 - 5y + 5y - y^2$
$\boxed{A = 25 - y^2}$

$B = (t-8)(t+8)$
$B = t \times t + t \times 8 - 8 \times t - 8 \times 8$
$B = t^2 + 8t - 8t - 64$
$\boxed{B = t^2 - 64}$

$C = (a+b)(a-b)$
$C = a \times a + a \times (-b) + b \times a + b \times (-b)$
$C = a^2 - ab + ab - b^2$
$\boxed{C = a^2 - b^2}$

$D = (3x-4)(3x+4)$
$D = 3x \times 3x + 3x \times 4 - 4 \times 3x - 4 \times 4$
$D = 9x^2 + 12x - 12x - 16$
$\boxed{D = 9x^2 - 16}$

$E = (6+7k)(6-7k)$
$E = 6 \times 6 + 6 \times (-7k) + 7k \times 6 + 7k \times (-7k)$
$E = 36 - 42k + 42k - 49k^2$
$\boxed{E = 36 - 49k^2}$

$F = (10y-1)(10y+1)$
$F = 10y \times 10y + 10y \times 1 - 1 \times 10y - 1 \times 1$
$F = 100y^2 + 10y - 10y - 1$
$\boxed{F = 100y^2 - 1}$

2. ▪ Dans tous les développements, <u>deux termes s'annulent</u> lorsque l'on réduit (c'est ce qui est en jaune).

▪ Chaque expression est le produit de deux expressions littérales presque identiques : seul un signe change (un + dans des parenthèses, un – dans les autres) :

$A = (5+y)(5-y)$ $\quad B = (t-8)(t+8)$ $\quad C = (a+b)(a-b)$

$D = (3x-4)(3x+4)$ $\quad E = (6+7k)(6-7k)$ $\quad F = (10y-1)(10y+1)$

▪ Chaque résultat final est **la différence** entre les carrés des deux termes présents dans les parenthèses. Exemple avec A et D :

$A = (5+y)(5-y)$
$A = 5 \times 5 - y \times y$ → $5 \times (-y)$ et $y \times 5$ s'annulent, inutile de les écrire
$A = 5^2 - y^2$
$\boxed{A = 25 - y^2}$

$D = (3x-4)(3x+4)$
$D = 3x \times 3x - 4 \times 4$ → $3x \times 4$ et $-4 \times 3x$ s'annulent, inutile de les écrire
$D = (3x)^2 - 4^2$
$\boxed{D = 9x^2 - 16}$

On constate la même chose pour les expressions B, C, E et F.

On note généralement **l'identité remarquable** avec les lettres a et b (comme l'expression C de l'activité) :

$$\boxed{(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}) = \boldsymbol{a}^2 - \boldsymbol{b}^2}$$

Remarques : ● c'est la même chose que $\boxed{(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) = \boldsymbol{a}^2 - \boldsymbol{b}^2}$
$(a+b)(a-b) = (a-b)(a+b)$; c'est un produit, on peut changer l'ordre des facteurs.
● si on ne s'en souvient pas, on peut toujours la retrouver en développant avec la double distributivité.
Mais le mieux est de la connaître (à un moment donné) puisque nous aurons à l'utiliser pour factoriser (nous verrons ça après !).