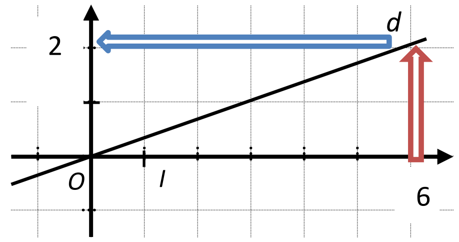
Fonctions linéaires- corrigés

4. Lire graphiquement des images et des antécédents

Exercice 12 :

La droite (d) représente une fonction linéaire f. Lire graphiquement l'image de 6 et l'antécédent de 2.



Solution :

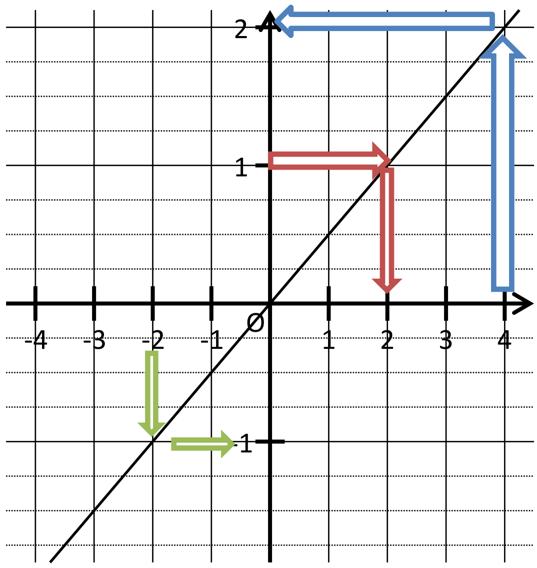
L'image de 6 est 2 ou l'antécédent de 2 est 6.

Exercice 13 :

On a représenté dans un repère la

Compléter en lisant sur le graphique

$g(4) = 2$	$g(2) = 1$	$g(-2) = -1$
$g(3) = \frac{3}{2}$	$g(-3) = -1{,}5$	$g(-2{,}5) = -\frac{5}{4}$



b. Compléter : $g(1) = 0{,}5$

c. En déduire l'expression de g

Puisque g est une fonction linéaire et $g(1) = 0{,}5$

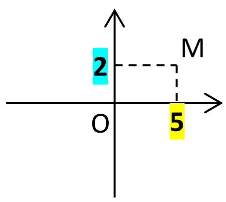
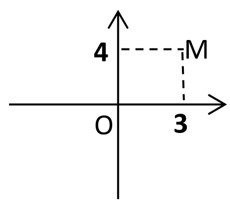
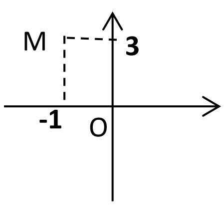
On a $a \times 1 = 0{,}5$ soit $a = 0{,}5$

L'expression de g est donc : $g(x) = 0{,}5x$

Exercice 14 :

Compléter le tableau ci-dessous en prenant exemple sur la 1ere ligne

Solution :

$f(5) = 2$	$f : 5 \longmapsto 2$	2 est l'image de 5 par la fonction f	5 a pour image 2 par la fonction f	Le point M de coordonnées (5 ; 2) appartient à la courbe représentant la fonction f	
$f(3) = 4$	$f : 3 \longmapsto 4$	4 est l'image de 3 par la fonction f	3 a pour image 4 par la fonction f	Le point M de coordonnées (3 ; 4) appartient à la courbe représentant la fonction f.	
$g(-1) = 3$	$g : -1 \longmapsto 3$	3 est l'image de-1 par la fonction g	-1 a pour image 3 par la fonction g	Le point M de coordonnées (-1 ; 3) appartient à la courbe représentant la fonction g.	

Fonctions affines

1. Reconnaître une fonction affine

Une fonction affine est une fonction de la forme $f(x) = ax + b$, où a et b sont des nombres quelconques.
« a » est le coefficient directeur, « b » est l'ordonnée à l'origine
Remarque : les fonctions affines ne traduisent pas une situation de proportionnalité

Exercice résolu 1 :

$\boldsymbol{f(x) = 3x - 1}$

f est-elle une fonction affine ?

Solution :

- C'est une fonction affine.
- Son coefficient directeur est : 3
- Son ordonnée à l'origine est : -1

Exercice 2:

reconnaître les fonctions affines parmi les fonctions suivantes :

1	2	3	4	5	6
$f(x) = 2x + 5$	$f(x) = \frac{1}{2}x + 2$	$f(x) = 3 + x$	$f(x) = \frac{3}{2}x$	$f(x) = 3$	$f(x) = x - 3x^2$

Exercice 3:

Pour chacune des fonctions affines suivantes, donner son coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine

a) $f(x) = 4x + 5$
b) $g(x) = -2x - 5$
c) $h(x) = 6$
d) $k(x) = 7 - 5x$

2. Calculer des images et des antécédents

$\boldsymbol{f(x) = 2x + 3}$

En remplaçant x par 4 , on obtient $f(4) = 2 \times 4 + 3$ soit $f(4) = 11$

On lit « f de 4 égal 11 »
On dit que 11 est l'image de 4 par la fonction f
On dit que 4 est l'antécédent de 11 par la fonction f

$\boldsymbol{4 \longmapsto 11}$

- 11 est l'image de 4
- 4 est l'antécédent de 11

Exercice résolu 4 :

Soit g est la fonction affine définie par : $g : x \longmapsto 2x - 3$.

a) Quelles sont les images de 5, - 3 et 0 ?
b) Quel est l'antécédent de 8 ?

Solution :

a) $g(x) = 2x - 3$ alors :

- L'image de 5 est : $g(5) = 2 \times 5 - 3 = 10 - 3 = 7$.
- L'image de (-3) est : $g(-3) = 2 \times (-3) - 3 = -6 - 3 = -9$
- L'image de 0 est : $g(0) = 2 \times 0 - 3 = 0 - 3 = -3$.

On peut regrouper ces résultats dans un tableau :

x	5	-3	0
$f(x)$	7	-9	-3

b) On cherche x tel que $f(x) = 8$ soit $2x - 3 = 8$

$2x - 3 + 3 = 8 + 3$

$2x = 11$

$x = \dfrac{11}{2}$

$\frac{11}{2}$ est un antécédent de 8 par la fonction f

Exercice 5 : $f(x) = -2x + 2$

1. Calculer les images de 0 ; 3 ; $\dfrac{1}{3}$; $\dfrac{1}{2}$
2. Trouver les antécédents de 8 ; 1

Exercices 6 :

f est la fonction affine $x \longmapsto 2x + 1$; Compléter le tableau suivant

x	10	-1			
$f(x)$			3	$\dfrac{1}{2}$	0

3. Représenter graphiquement une fonction affine

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

(Remarque : contrairement à la représentation graphique d'une fonction linéaire, elle ne passe pas par l'origine du repère)

Exercice résolu 7 :

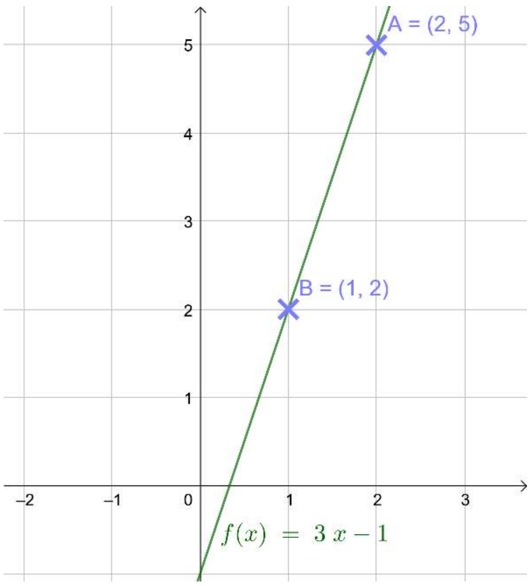
Représenter graphiquement la fonction $f(x) = 3x - 1$

Solution :

f est une fonction affine, sa représentation graphique est une droite.
Pour la tracer, il faut au moins deux points.
On choisit donc au hasard 2 valeurs de x et on calcule $f(x)$

- Si $x = 2$ alors $f(2) = 3 \times 2 - 1 = 5$ On a le point $A(2,5)$
- Si $x = 1$ alors $f(1) = 3 \times 1 - 1 = 2$ On a le point $B(1,2)$

  On a donc le tableau de valeurs suivant



x	2	1
$f(x)$	5	2
Points de la droite	$A(2\,;5)$	$B(1\,;2)$

Exercices 8 : Représenter graphiquement les fonctions affines suivantes :

$f(x) = 2x - 3$

$g(x) = \frac{1}{2}x + 1$

$h(x) = -2x + 4$

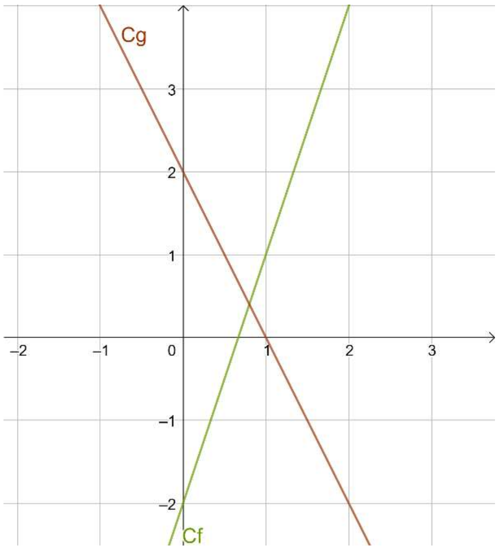
4. Déterminer une fonction affine

Graphiquement :

On donne la représentation graphique de $f(x)$ et on cherche son coefficient directeur et son ordonnée à l'origine

Exercice résolu 9 :

Déterminer les fonctions affines f et g représentées ci-contre



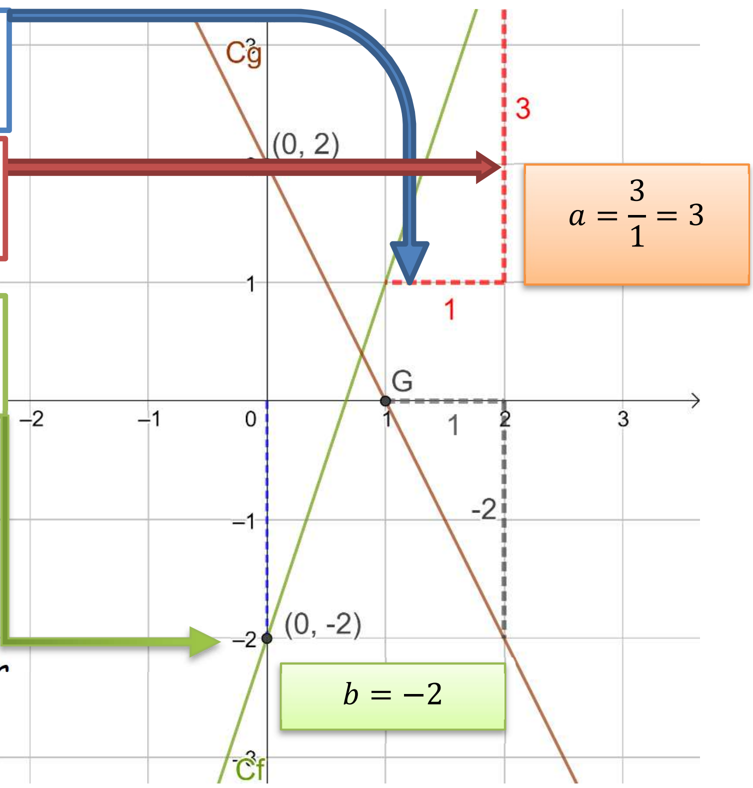
Solution :

Pour f :

Lorsque l'on se déplace de 1 unité sur l'axe des abscisses

on monte de 3 unités sur l'axe des ordonnées

Lorsque x vaut 0, $f(x)$ vaut -2
L'ordonnée à l'origine est -2



on trouve $\boldsymbol{a = 3 \text{ et } b = -2}$

donc $\boldsymbol{f(x) = 3x - 2}$

Pour g :

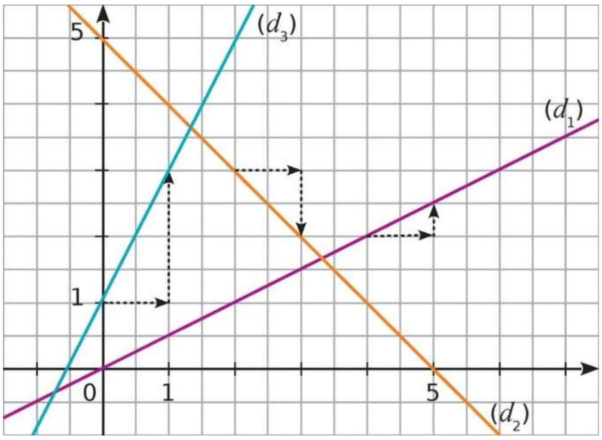
Lorsque l'on se déplace de 1 unité sur l'axe des abscisses, on descend de 2 sur l'axe des ordonnées

on trouve $\boldsymbol{a = \frac{-2}{1} = -2 \text{ et } b = 2}$

donc $\boldsymbol{f(x) = -2x + 2}$

Exercice 10 :

Déterminez le coefficient directeur des fonctions f_1, f_2 et f_3 représentées par les droites (d_1), (d_2) et (d_3) ci-contre

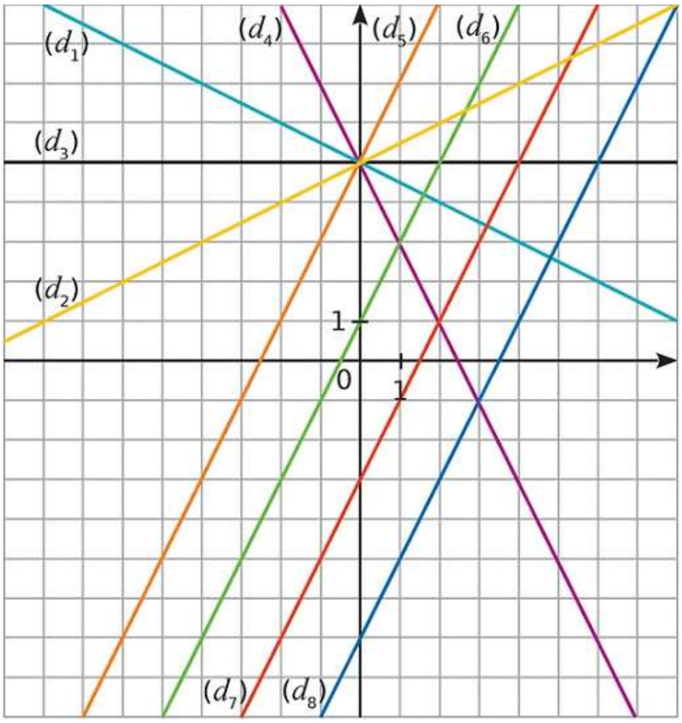


Exercice 11 :

Par lecture graphique, indique pour chaque fonction affine la droite qui est sa représentation graphique.

Fonction	Droite
$x \longmapsto 2x+1$	$(d_{...})$
$x \longmapsto \frac{1}{2}x+5$	$(d_{...})$
$x \longmapsto -2x+5$	$(d_{...})$
$x \longmapsto 5$	$(d_{...})$

Fonction	Droite
$x \longmapsto 2x-3$	$(d_{...})$
$x \longmapsto 2x-7$	$(d_{...})$
$x \longmapsto -\frac{1}{2}x+5$	$(d_{...})$
$x \longmapsto 2x+5$	$(d_{...})$



5. Résoudre des problèmes concrets

Il s'agit de traduire une situation de la vie courante à l'aide d'une fonction affine...

Exercice 12 :

Le prix de location d'une voiture est de 30 euros puis 0,50 euro par kilomètre parcouru.

1. Calculer le prix payé pour 10 km parcourus puis pour 20 km
2. Compléter le tableau suivant

Nombre de kilomètres parcourus	100	120		320	
Prix payé (euros)			45		70

3. On appelle x, le nombre de km parcourus et $f(x)$, le prix payé. Donner l'expression de $f(x)$ en fonction de x.
4. Tracer la courbe représentative de $f(x)$.

Exercice 13 :

Une piscine municipale propose à ses clients une inscription annuelle de 25 € et 4,5 € par entrée.

a)Paul l'an dernier est allé 7 fois à la piscine. Quelle a été sa dépense annuelle ?
b) Léa, elle, est allée 23 fois à la piscine. Quelle a été sa dépense ?
c)Compléter le tableau suivant.

Nombre d'entrées par an : x	0	1	5	10	12	25	30
Dépense annuelle en euros : y							

d) Ecrire y en fonction de x. Cette égalité détermine-t-elle une fonction affine ?
e) Représenter graphiquement cette fonction.

6. Pour les élèves qui veulent aller en 2nde Générale (facultatif pour les autres)

Déterminez une fonction affine par le calcul :

On connait deux points appartenant à la représentation graphique de $f(x)$ et on cherche l'expression de $f(x)$ (son coefficient directeur et son ordonnée à l'origine)

Cours : Si une fonction f est telle que $f(x_A) = y_A$ et $f(x_B) = y_B$ alors son coefficient directeur est donné par : $\boldsymbol{a = \frac{f(x_B)-f(x_A)}{x_B-x_A} = \frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}}$

Exercice résolu 14 : Déterminer la fonction affine f telle que $f(1) = 3$ et $f(2) = -5$

Solution :

On note que la droite représentant la fonction passe par les points $A(1\,;3)$ et $B(2\,;-5)$

- Le coefficient directeur $\boldsymbol{a} = \frac{f(x_B)-f(x_A)}{x_B-x_A}$ soit $a = \frac{-5-3}{2-1} = -8$

La fonction affine est donc de la forme $f(x) = -8x + b$, reste à déterminer b
On sait que $f(1) = 3$ donc, en remplaçant x par 1 on a : $f(1) = -8 \times 1 + b$ et comme $f(1) = 3$ on a donc $-8 \times 1 + b = 3$ d'où $-8 + b = 3$ on obtient $b = 3 + 8 = 11$

- La fonction cherchée est donc $f(x) = -8\,x + 11$

Exercice 15 :

Déterminer la fonction affine f telle que $f(3) = 7$ et $f(0) = 1$

Exercice 16 :

Déterminer la fonction affine dont la droite passe par les points $A(-2\,;7)$ et $B(-1\,;5)$

Déterminez l'intersection de deux fonctions affines :

On connait deux fonctions $f(x)$ et $g(x)$ et on cherche la valeur de x tel que $f(x) = g(x)$

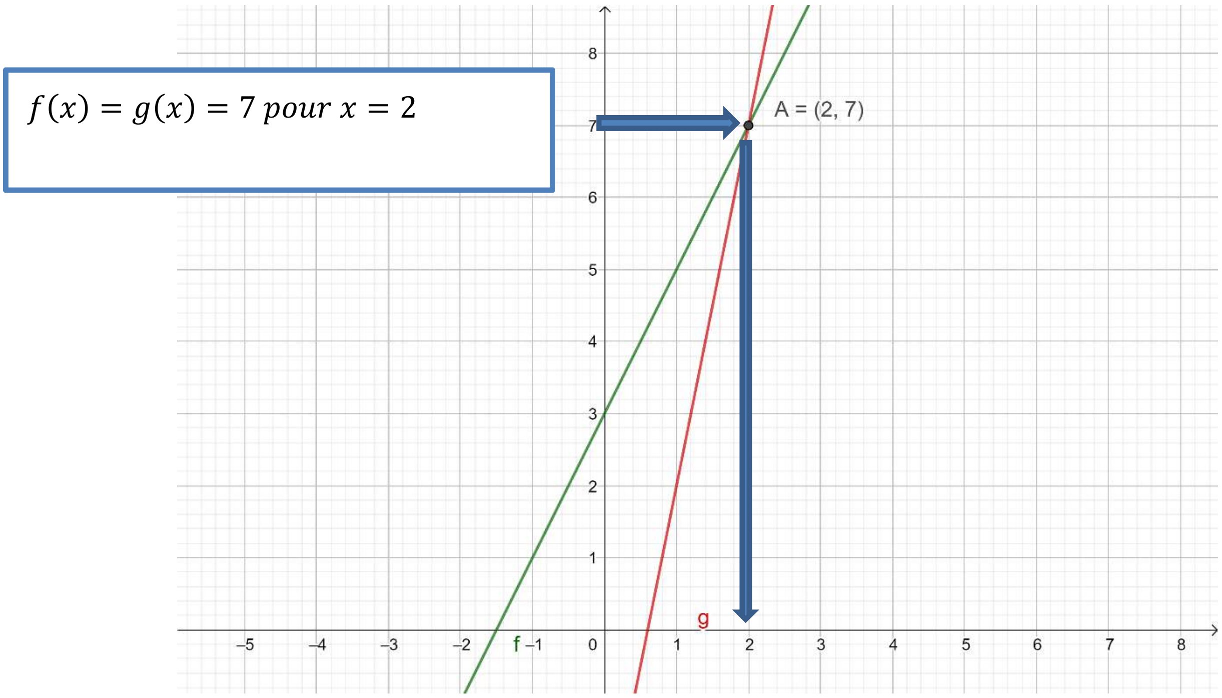
Exercice résolu 17 :

Soit $f(x) = 2x + 3$ et $g(x) = 5x - 3$

1. Représentez graphiquement les fonctions f et g sur le même graphique.

2. Déterminez graphiquement x tel que $f(x) = g(x)$

3. Vérifier par le calcul



Graphiquement, on trouve que $f(x) = g(x)$ pour $x = 2$

Vérifions par le calcul :

$$f(x) = g(x)$$
$$2x + 3 = 5x - 3$$
$$2x - 5x = -3 - 3$$
$$-3x = -6$$
$$x = \frac{-6}{-3} = 2$$

On retrouve donc le résultat obtenu graphiquement

Pour aller plus loin :
Exercice 18 p 181 Myriade

Géométrie dans l'espace
CORRECTION

I- Sphères et boules

Exercice 4

a. A et B ont la même latitude : 40° Nord.

b. E et C ont la même longitude : 30° Est.

c. On écrit la longitude en premier, la latitude en deuxième, comme dans l'exemple.

E pour Est (à l'Est du méridien de Grennwich)

O pour Ouest (à l'Ouest du méridien de Grennwich)

N pour Nord (au Nord de l'Equateur)

S pour Sud (au Sud de l'Equateur)

A (50° E ; 40° N)	C (30° E ; 20° S)	E (30° E ; 0° N) ou E(30° E ; 0° S)
B (10° O ; 40° N)	D (20° O ; 10° S)	F (50° O ; 0° N) ou F (50° O ; 0° S)