1. Puissances de 10 ; introduction

1.1 Grands et petits nombres

Distance terre-soleil : *150 000 000km* Diamètre de notre galaxie : *1 000 000 000 000 000 000 km* Épaisseur d'un cheveu : *0,000 05m* Diamètre d'un virus : *0,000 000 000 1m*	**Il n'est pas pratique d'écrire beaucoup de zéros. On transforme l'écriture de ces nombres avec des puissances de 10.**

1.2 Écritures notations

$$\underbrace{10\times10\times10}_{3\ facteurs}=10^3=\underbrace{1\,000}_{3\ zéros}$$

$$\underbrace{10\times10\times10\times10\times10\times10}_{6\ facteurs}=10^6=\underbrace{1\,000\,000}_{6\ zéros}$$

$$\underbrace{10\times10\times\ldots\times10\times10}_{n\ facteurs}=10^n=\underbrace{10\ldots0}_{n\ zéros}$$

Diamètre de notre galaxie : 10^{18} km

Distance terre-soleil : 15×10 000 000km=15×10^7km.

Exercice : *Compléter le tableau ci-dessous.*

Ecriture décimale	Ecriture avec des puissances de 10
10 000 000	10^{7}
200 000 000	2×10^{8}
1 000.000	10^6
50 000 000	5×10^7

1.3 Puissance avec exposant négatif

Par convention, on a $10^{-n}=\dfrac{1}{10^n}$

Exemples :

$$10^{-3}=\frac{1}{10^3}=\frac{1}{1\,000}=0{,}001$$

10^{-5}=0,000 01 (5 chiffres après la virgule)

10^{-12}=0,000 000 000 001 (12 chiffres après la virgule)

Diamètre d'un cheveu : 5×0,000 01m=5×10^{-5}m

Diamètre d'un virus : 0,000 000 000 1m=10^{-10}m

Exercice : *Compléter le tableau ci-dessous.*

Ecriture décimale	Ecriture avec des puissances de 10
0,000 001	10^{-6}
0,000 000 02	2×10^{-8}
0,000 1	10^{-4}
0,000.000 5	5×10^{-7}

1.4 Exemples

Exemple1 : Donner l'écriture décimale de chaque nombre

$2{,}3\times10^3=2{,}3\times1000=2\,300$	$0{,}05\times10^2=0{,}05\times100=5$
$2{,}3\times10^{-3}=2{,}3\times0{,}001=0{,}0023$	$50\times10^{-4}=50\times0{,}0001=0{,}005$

Exemple2 : Compléter avec le bon exposant

$23\times10^{2}=2300$	$23\times10^{3}=23000$	$2{,}3\times10^{2}=230$	$2{,}3\times10^{7}=23\,000\,000$
$23\times10^{-2}=0{,}23$	$23\times10^{-4}=0{,}0023$	$2{,}3\times10^{-1}=0{,}23$	$2{,}3\times10^{-2}=0{,}023$

2. Puissances de 10 et formules

Soient m et n deux entiers relatifs. $10^n\times10^m=10^{n+m}$

Exemples : $10^5\times10^{25}=10^{5+25}$ $=10^{30}$	$10^{-3}\times10^{-9}=10^{-3+(-9)}$ $=10^{-12}$	$1{,}4\times10^8\times2\times10^5=1{,}4\times2\times10^8\times10^5$ $=2{,}8\times10^{8+5}$ $=2{,}8\times10^{13}$

Remarque : Priorité des opérations : L'écriture 10^{5+25} signifie $10^{(5+25)}$

Soient m et n deux entiers relatifs : $\dfrac{10^n}{10^m}=10^{n-m}$

Exemples : $\dfrac{10^{28}}{10^{30}}=10^{28-30}$ $=10^{-2}$	$\dfrac{10^{-5}}{10^{-6}}=10^{-5-(-6)}$ $=10^1$	$\dfrac{9{,}6\times10^9}{2\times10^{-4}}=\dfrac{9{,}6}{2}\times\dfrac{10^9}{10^{-4}}$ $=4{,}8\times10^{9-(-4)}$ $=4{,}8\times10^{13}$

Soient m et n deux entiers relatifs : $(10^n)^m=10^{n\times m}$

Exemples : $(10^{25})^3=10^{25\times3}$ $=10^{75}$	$(3\times10^7)^2=3^2\times(10^7)^2$ $=9\times10^{7\times2}$ $=9\times10^{14}$

3. Problèmes concrets

Enoncé1 : Le poids d'un atome de carbone est de $1{,}99\times10^{-26}$kg. Quel est le poids de 5×10^{22} atomes de carbones ?

Solution :

$$1{,}99\times10^{-26}\times5\times10^{22}=5\times1{,}99\times10^{-26}\times10^{22}$$
$$=9{,}95\times10^{-4}$$

5×10^{22} atomes de carbone pèsent $9{,}95\times10^{-4}$kg soit 0,995 grammes

Enoncé2 : La masse de l'étoile Van Maanen est de $1{,}38\times10^{30}$kg et son volume est de $4{,}6\times10^{21}$ m³. Calculer la masse de 1m³ de cette étoile.

Solution :

$$\frac{1{,}38\times10^{30}}{4{,}6\times10^{21}}=\frac{1{,}38}{4{,}6}\times\frac{10^{30}}{10^{21}}$$
$$=0{,}3\times10^{30-21}$$
$$=0{,}3\times10^{9}$$

La masse d'un m³ de cette étoile pèse $0{,}3\times10^{9}$ kg soit 300 000 000kg

4. Écritures scientifiques

4.1 Définition

Tout nombre décimal positif peut s'écrire en écriture scientifique sous la forme : $a\times10^{p}$

où a est un nombre décimal tel que $1\leqslant a<10$ et p est un nombre entier relatif

Exemples :

$0{,}0341=3{,}41\times0{,}01$

$=3{,}41\times10^{-2}$

$3{,}41\times10^{-2}$ est l'écriture scientifique de 0,0341

$34\,500=3{,}45\times10\,000$

$=3{,}45\times10^{4}$

$3{,}45\times10^{4}$ est l'écriture scientifique de 34 500

Remarque : Un nombre décimal négatif peut aussi s'écrire en écriture scientifique. (on ajoute le signe moins) ***$-3{,}45\times10^{4}$ est l'écriture scientifique de -34 500***

Enoncé1 : Donner les écritures scientifiques de $A=238\times10^{5}$ et $B=0{,}045\times10^{12}$

Solutions :

$A=238\times10^{5}$

$A=2{,}38\times10^{2}\times10^{5}$

$A=2{,}38\times10^{7}$

$B=0{,}045\times10^{12}$

$B=4{,}5\times10^{-2}\times10^{12}$

$B=4{,}5\times10^{10}$

Enoncé2 : Donner un ordre de grandeur de $C=5\,812\,342\times449\,109\,876$.

Solution :

5 812 342 est proche de $5{,}8\times10^{6}$

449 109 876 est proche de $4{,}5\times10^{8}$

$C\approx5{,}8\times10^{6}\times4{,}5\times10^{8}$

$C\approx5{,}8\times4{,}5\times10^{6}\times10^{8}$

$C\approx26{,}1\times10^{6+8}$

$C\approx2{,}61\times10^{1}\times10^{14}$

$C\approx2{,}61\times10^{15}$

$2{,}61\times10^{15}$ est un ordre de grandeur de C.

4.2 Calculatrice

Quand les résultats sont trop grands ou trop petits pour l'écran d'une calculatrice, celle-ci les affiche en écriture scientifique

Exemple : Si on tape 90 000 000 $\boxed{\times}$ 20 000 $\boxed{=}$ sur une calculatrice, on obtient sur l'écran : $\boxed{1.8 \quad ^{12}}$

Cet affichage correspond à ....$1{,}8\times10^{12}$........

La touche $\boxed{EE}$ ou $\boxed{\times10^{x}}$ me permet d'entrer dans la calculatrice des très grands et des très petits nombres

Exemple : Pour effectuer le calcul : $3{,}4\times10^{21}\times2\times10^{5}$ on tape : 3,4 $\boxed{EE}$ 21 $\boxed{\times}$ 2 $\boxed{EE}$ 5 $\boxed{=}$

et on obtient sur l'écran : $\boxed{6.8 \quad ^{26}}$

Cet affichage correspond à ....$6{,}8\times10^{26}$........

5. Deux exemples du brevet

Enoncé1 : (Inspiré du Brevet)

Soit $B=\dfrac{2{,}5\times10^{-3}\times9\times10^{5}}{15\times10^{-4}}$ **. Donner l'écriture décimale et l'écriture scientifique de B.**

Solution :

$$B=\frac{2{,}5\times10^{-3}\times9\times10^{5}}{15\times10^{-4}}$$
$$B=\frac{2{,}5\times9}{15}\times\frac{10^{-3}\times10^{5}}{10^{-4}}$$
$$B=\frac{22{,}5}{15}\times\frac{10^{(-3+5)}}{10^{-4}}$$
$$B=1{,}5\times\frac{10^{2}}{10^{-4}}$$
$$B=1{,}5\times10^{(2-(-4))}$$
$$B=1{,}5\times10^{6}$$
$$B=1\,500\,000$$

L'écriture décimale de B est 1 500 000 et l'écriture scientifique de B est $1{,}5\times10^{6}$

Enoncé2 : (Inspiré du Brevet)

Donner l'écriture scientifique du nombre A tel que $A=\dfrac{7\times10^{15}\times8\times10^{-8}}{5\times10^{-4}}$.

Solution :

$$A=\frac{7\times10^{15}\times8\times10^{-8}}{5\times10^{-4}}$$
$$A=\frac{7\times8}{5}\times\frac{10^{15}\times10^{-8}}{10^{-4}}$$
$$A=\frac{56}{5}\times\frac{10^{15-8}}{10^{-4}}$$
$$A=11{,}2\times\frac{10^{7}}{10^{-4}}$$
$$A=11{,}2\times10^{7-(-4)}$$
$$A=11{,}2\times10^{11}$$
$$A=1{,}12\times10^{1}\times10^{11}$$
$$A=1{,}12\times10^{1+11}$$
$$A=1{,}12\times10^{12}$$

L'écriture scientifique de A est $A=1{,}12\times10^{12}$